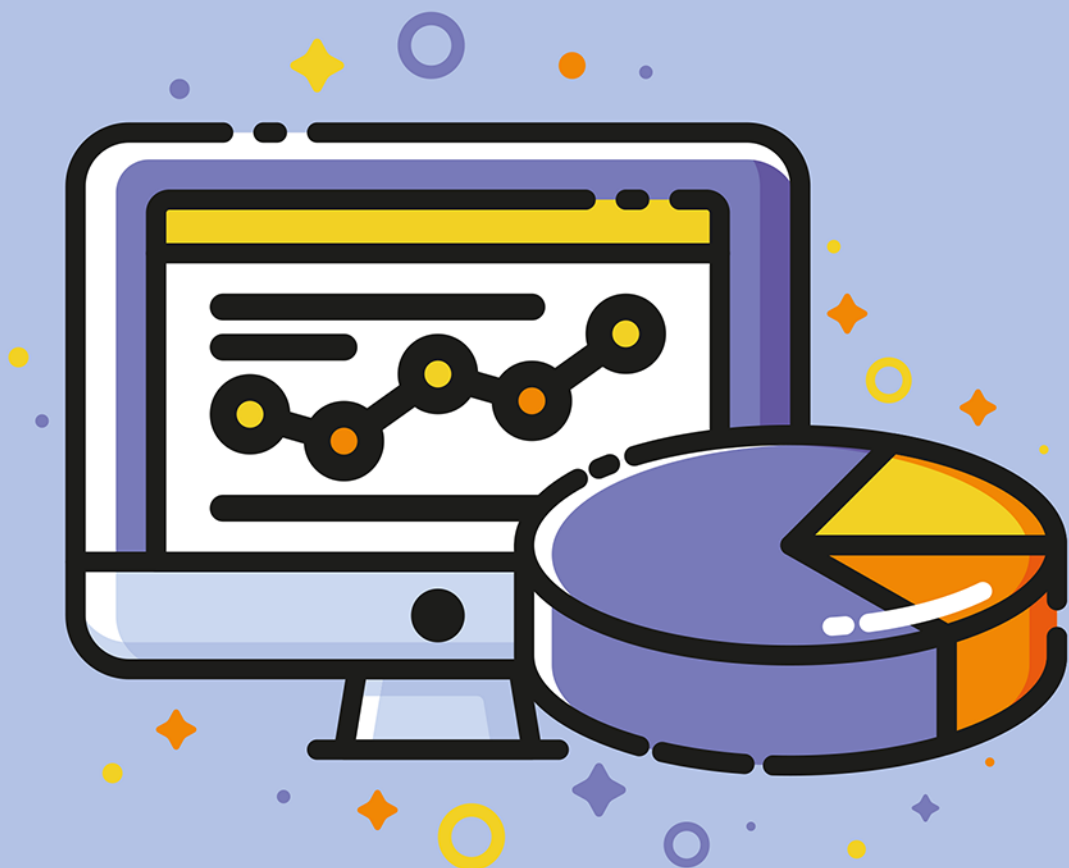


Matematyka dla programistów

Java

Jacek Piechota



Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiegokolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Helion SA dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Helion SA nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktor prowadzący: Małgorzata Kulik

Projekt okładki: Studio Gravite / Olsztyn
Obarek, Pokoński, Pazdrijowski, Zaprucki
Ilustracje w książce: Maciej Krzywicki

Grafika na okładce została wykorzystana za zgodą Shutterstock.com

Helion SA

ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE

tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63

e-mail: helion@helion.pl

WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!

Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres

<http://helion.pl/user/opinie/matpja>

Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

Kody źródłowe wybranych przykładów dostępne są pod adresem:

<ftp://ftp.helion.pl/przyklady/matpja.zip>

ISBN: 978-83-283-5057-1

Copyright © Helion 2020

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to! » Nasza społeczność](#)

Spis treści

Wstęp	19
Rozdział 1. Powtórka z matematyki i klasa Math	21
Stale matematyczne	21
Potęgowanie i pierwiastkowanie	21
Potęgowanie	21
Pierwiastkowanie	22
Rzutowanie w zakres 0 do 1	22
Potęgowanie i pierwiastkowanie w Javie	23
Logarytmy	23
Logarytm o dowolnej podstawie	23
Logarytm naturalny	24
Logarytm dziesiętny	24
Przeliczanie logarytmów	24
Logarytmy w Javie	24
Funkcje trygonometryczne	25
Miary kąta	25
Przeliczanie stopni na radiany i radianów na stopnie	27
Funkcje trygonometryczne kąta pełnego	28
Przeciwprostokątna	30
Funkcje cyklometryczne	30
Funkcje hiperboliczne	31
Inne obliczenia i metody	32
Wartości maksymalne, minimalne i absolutne	32
Zaokrąglanie liczb	33
Zaokrąglanie wyników dzielenia	34
Liczyby pseudolosowe	35
Znaki liczb	35
Bezpieczne obliczenia arytmetyczne	36
Bezpieczne rzutowanie	36
Reprezentacja liczb w komputerze	36
Reszta z dzielenia	38
Metody fma	38
Zamiana ułamków dziesiętnych na zwykłe	39
Ułamek nieokresowy	39
Ułamek okresowy	39

Rozdział 2. Teoria informacji — podstawowe pojęcia	41
Różnorodność	41
Prawdopodobieństwo	43
Entropia	44
Informacja	45
Rozdział 3. Spójniki logiczne i logika zdań	47
Wprowadzenie	47
Spójniki jednoargumentowe	47
verum	47
falsum	48
assertum	48
not	49
Spójniki dwuargumentowe	49
AND	50
OR	51
NAND	51
NOR	52
XOR	53
NXOR	53
IMP	54
IMPR	55
Inne spójniki	55
ACTIV	56
DEACTIV	57
Rozdział 4. Logiki trójwartościowe	59
Algorytmy dla logiki Kleene'ego	62
Koniunkcja	62
Alternatywa	62
Rozdział 5. Operatory i obliczenia binarne	63
Liczby binarne	63
Operatory binarne	65
Operator iloczynu bitowego &	65
Operator sumy bitowej 	66
Operator bitowej różnicy symetrycznej ^	66
Operator negacji bitowej ~	67
Operator przesunięcia bitowego w lewo <<	67
Operator przesunięcia bitowego w prawo >>	68
Operator przesunięcia bitowego w prawo z wypełnianiem zerami >>>	69
Zastosowania operacji binarnych	70
Sprawdzanie parzystości	70
Maskowanie binarne	70
Włączanie bitów	71
Wyłączanie bitów	71
Odwracanie bitów	72
Flagi binarne	73
Zegar binarny	75
Kod BCD	75
Zapis czasu	75
Algorytm	77
Kod Graya	77
Tworzenie kodu	77
Konwersja liczb dziesiętnych do kodu Graya	79

Konwersja liczb binarnych do kodu Graya	79
Konwersja kodu Graya na liczby dziesiętne	79
Konwersja kodu Graya na liczby binarne	80
Rozdział 6. Liczby heksadecymalne i kolory	81
Liczby heksadecymalne	81
Modele kolorów	83
Modele RGB i RGBA	83
Przestrzeń kolorów sRGB	83
Model HSL/HSV	84
Przestrzeń kolorów HSV/HSB	84
Przestrzeń kolorów HSL/HSI/HSD	84
Przestrzeń kolorów HWB	85
Palety kolorów	85
Paleta 16 kolorów nazwanych	85
Paleta Web Safe Colors	85
Rozszerzona paleta kolorów nazwanych EN	85
Paleta kolorów mających polskie nazwy	86
Paleta nazwanych kolorów HSL	86
Paleta kolorów HSL	86
Paleta kolorów nazwanych CSS	86
Przeliczenia kolorów	86
Rozdział 7. Rachunek zbiorów i kompozycja kolorów	89
Zbiór	89
Operacje na zbiorach	89
Dopełnienie zbioru	90
Suma zbiorów	90
Iloczyn zbiorów	90
Różnica zbiorów	90
Różnica symetryczna zbiorów	91
Zawieranie się zbiorów	91
Obliczenia	94
Reguły Portera–Duffa	96
AlphaComposite.CLEAR	96
AlphaComposite.DST	96
AlphaComposite.DST_ATOP	97
AlphaComposite.DST_IN	97
AlphaComposite.DST_OUT	98
AlphaComposite.DST_OVER	99
AlphaComposite.SRC	99
AlphaComposite.SRC_ATOP	99
AlphaComposite.SRC_IN	100
AlphaComposite.SRC_OUT	100
AlphaComposite.SRC_OVER	101
AlphaComposite.XOR	102
Rozdział 8. Liczby pierwsze	103
Definicja liczby pierwszej	103
Rozmieszczenie liczb pierwszych	103
Spirala Ulama	104
Spirala Archimedesesa	105
Gęstość liczb pierwszych	105
Liczba liczb pierwszych	108

Generowanie liczb pierwszych	108
Liczba pierwsza większa od n	108
Liczby pierwsze w podanym zakresie	108
Sita liczbowa	109
Liczba pierwsza Mersenne'a	110
Wzór Fermata i inne wzory	111
Specjalne liczby pierwsze	112
Liczby bliźniacze	112
Liczby czworacze	112
Liczby izolowane	112
Liczby Sophie Germain	112
Liczby lustrzane	112
Liczby palindromiczne	113
Największe liczby pierwsze	113
Ciekawe liczby pierwsze	113
Testy pierwszośc ­ i	114
Małe liczby	114
Duże liczby	114
Faktoryzacja	117
Czego nie wiadomo?	118
Liczby pierwsze w naturze	118
Rozdział 9. Liczba ϕ	119
Liczba ϕ w geometrii	120
Złoty podział odcinka	120
Złoty prostokąt	121
Złota spirala	121
Złoty trójkąt	121
Pentagram	122
Liczba ϕ w architekturze	123
Liczba ϕ w sztuce	123
Apollo Belwederski	123
Liczba ϕ w muzyce	123
Liczba ϕ w naturze	125
Dłoń	125
Inne	125
Inne przykłady	126
Wątpliwośc ­ i	126
Rozdział 10. Ciąg i liczby Fibonacciego	127
Definicja	127
Granica	128
Wzór Bineta	128
Wyrazy ciągu	129
n -ty wyraz ciągu	129
Wyraz ciągu większy od n	129
Wyraz ciągu mniejszy od n	129
Wyrazy ciągu pomiędzy min i max	130
Czy n jest wyrazem ciągu?	130
Proporcje liczb	131
Najważniejsze właściwośc ­ i	132
Właśc ­ iwosc ­ 1.	132
Właśc ­ iwosc ­ 2.	133
Właśc ­ iwosc ­ 3.	134
Właśc ­ iwosc ­ 4.	134

Właściwość 5.	135
Właściwość 6.	135
Właściwość 7.	135
Właściwość 8.	136
Właściwość 9.	136
Właściwość 10.	136
Właściwość 11.	136
Właściwość 12.	136
Właściwość 13.	136
Właściwość 14.	137
Inne właściwości	138
Trochę zabawy	138
Zastosowania i występowanie	138
Kwadraty Fibonacciego	138
Spirala Fibonacciego	138
Ciąg Fibonacciego w systemie dwójkowym	139
Liczby Rahaba	139
Wśród błonkówek	142
Rozmnażanie królików	143
Pędy boczne na pędzie głównym	143
Więcej biologii	144
Muzyka	145
Literatura	145
Ekonomia	147
Informatyka	147
Rozdział 11. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa	149
Silnia	149
Wzór przybliżony	150
Symbol Newtona	150
Rozkład dwumianowy	151
Rzut 1 monetą	151
Rzut 2 monetami	151
Rzut 3 monetami	152
Rzut 4 monetami	153
Rzut n monetami	153
Dwumiany Newtona	153
Dwumiany	153
Dwumiany Newtona	154
Szereg Newtona	155
Inne dwumiany	155
Przykłady	155
Trójkąt Pascala	156
Właściwości	156
Współczynniki rozwinięcia	159
Schemat Bernoulliego	160
Wzór Bernoulliego	161
Prawdopodobieństwo wyrzucenia	161
Wzór Bernoulliego	163
Przykłady	163
Zastosowania	165
Kombinacje, wariacje i permutacje	167
Kombinacje	167
Wariacje	169

Permutacje	170
Co wybrać?	172
Liczby Stirlinga	173
Liczby Stirlinga II rodzaju	173
Liczby Stirlinga I rodzaju	175
Liczby Eulera	177
Liczby Eulera I rzędu	177
Liczby Eulera II rzędu	178
Liczby Bernoulliego	181
Partycje	182
n jako suma dokładnie k liczb naturalnych	182
n jako suma co najwyżej k liczb naturalnych	183
n jako suma liczb naturalnych	184
Inwersje	186
Liczby Catalana	186
Liczba dróg	187
Liczba rozmieszczeń nawiasów	189
Liczba podziałów na trójkąty	190
Liczba monotonicznych dróg	190
Liczba drzew binarnych	191
Liczby Bella	193
Naszyjniki i bransoletki	194
Liczby względnie pierwsze	194
Funkcja ϕ Eulera	195
Naszyjniki i bransoletki	197
Kule i urny	200
Rozmieszczenie 8.	206
Uwagi	207
Wybrane zagadnienia rachunku prawdopodobieństwa	208
Uogólniony wzór Bernoulliego	208
Wzór Pascala	208
Wzór Poissona	209
Losowanie bez zwracania	210
Rozdział 12. Statystyka — praca z danymi	213
Dane	213
Porządkowanie danych	213
Szereg rozdzielczy jednostopniowy	213
Szereg rozdzielczy wielostopniowy	214
Wykresy danych	216
Histogram	216
Wykres kołowy	218
Wykres liniowy	218
Inne wykresy	220
Porównanie danych	220
Ocena danych	221
Min, max, rozstęp	222
Suma	222
Wskaźnik struktury	222
Wskaźnik natężenia	223
Średnia arytmetyczna	223
Dominanta (moda)	224
Percentyle	225
Wariancja	226
Odchylenie standardowe	228

Współczynnik zmienności	228
Momenty średniej	229
Inne współczynniki	231
Rozdział 13. Wskaźniki różnorodności i podobieństwa	233
Wskaźnik Margalefa	233
Wskaźnik Simpsona	234
Wskaźnik Shannona–Wienera	235
Wskaźnik Pielou	236
Wskaźnik Jaccarda	237
Wskaźnik Sorensona	238
Wersja 1.	238
Wersja 2.	239
Wskaźnik Euklidesa	240
Rozdział 14. Równania prostej	241
Postać ogólna	241
Postać kierunkowa	242
Praca z obiektem Line	243
Równoległość prostych	245
Odległość prostych równoległych	245
Prostopadłość prostych	246
Kąt między prostymi	247
Punkt przecięcia prostych	248
Odległość punktu od prostej	249
Prosta równoległa do danej prostej przechodząca przez punkt	250
Prosta prostopadła do danej prostej przechodząca przez punkt	251
Wyznaczanie punktów na prostej	252
Rozdział 15. Wektory	253
Skalary	253
Wektory dwuwymiarowe 2d	253
Wektory wierszowe i kolumnowe	253
Transpozycja	254
Współrzędne kartezjańskie a biegunowe	254
Długość wektora	255
Kąt wektora	256
Dodawanie wektorów	256
Odejmowanie wektorów	257
Skalowanie wektora	257
Normalizacja wektora	258
Iloczyn skalarny wektorów	258
Normalna wektora	259
Kąt między wektorami	260
Iloczyn wektorowy	260
Wektory 3d	261
Wektory n-wymiarowe	261
Rozdział 16. Macierze	263
Klasa Matrix	263
Użycie konstruktorów	263
Typy macierzy	264
Macierz zerowa	264
Macierz jednostkowa	265
Macierze wektorowe	265
Macierz kwadratowa	265

Właściwości macierzy	266
Stopień macierzy	266
Równość macierzy	266
Operacje na macierzach	266
Dodawanie macierzy	266
Odejmowanie macierzy	267
Mnożenie skalarne	267
Mnożenie macierzy	267
Obliczanie wyznacznika	270
Transpozycja macierzy	275
Dzielenie macierzy	275
Macierz odwrotna	276
Rozwiązanie prostego równania	280
Rozdział 17. Przekształcenia afiniczne	283
Translacja	284
Skalowanie	285
Obrót	286
Obrót względem punktu (0, 0)	286
Odbicie	289
Odbicie względem osi X	289
Odbicie względem osi Y	290
Odbicie względem osi X i osi Y	290
Odbicie względem prostej przechodzącej przez P(0, 0)	290
Przekrzywienie (pochylenie)	292
Przekrzywienie wzdłuż osi X	292
Przekrzywienie względem osi Y	292
Przekształcenia złożone	293
Obrót względem dowolnego punktu	294
Obrót w miejscu	295
Skalowanie w miejscu	297
Odbicie względem dowolnej prostej	299
Przekrzywienie względem środka ciężkości figury	301
Składanie macierzy przekształceń	301
Rozdział 18. Funkcje	307
Algorytmy	307
Pojęcie funkcji	307
Zbiory	307
Relacje	308
Funkcje	309
Rodzaje funkcji	310
Funkcje algebraiczne	310
Funkcje przestępne	311
Postaci funkcji	312
Funkcja jednej zmiennej	312
Funkcja wielu zmiennych	312
Funkcja wyrażna	312
Funkcja uwikłana	312
Funkcja w postaci parametrycznej	312
Wykresy funkcji	313
Symetria wykresów	313
Funkcje rosnące albo malejące	313
Funkcje okresowe	315
Funkcje ograniczone i nieograniczone	315

Funkcja różnowartościowa	317
Funkcje wzajemnie odwrotne	317
Funkcje złożone	319
Ciągi liczbowe	319
Moduł liczby	320
Granica ciągu	320
Granica ciągu nieskończonego	320
Ciągi zbieżne i rozbieżne	321
Twierdzenia o granicach ciągów	323
Działania na ciągach zbieżnych	323
Twierdzenia o ciągach zbieżnych	323
Liczba e	324
Granica funkcji w punkcie	324
Granica lewostronna i prawostronna	324
Granice niewłaściwe	325
Twierdzenia o granicach	326
Granica wielomianu	327
Granica funkcji wymiernej	327
Ciągłość funkcji	327
Ciągłość funkcji w punkcie i w przedziale	327
Własności funkcji ciągłych	328
Rozdział 19. Wielomiany i równania wielomianowe	329
Wyrażenie algebraiczne	329
Wartość liczbową wyrażenia	329
Jednomian	329
Współczynnik liczbowy wielomianu	329
Stopień jednomianu	330
Liczba zmiennych	330
Jednomiany podobne	330
Działania na jednomianach	330
Dwumian	332
Trójmian	332
Wielomian	333
Wzory skróconego mnożenia	333
Wielomian stopnia n jednej zmiennej	333
Redukcja jednomianów podobnych	334
Porządkowanie wielomianu	335
Działania na wielomianach	335
Dodawanie wielomianów	335
Odejmowanie wielomianów	336
Mnożenie wielomianu przez liczbę	336
Mnożenie wielomianu przez wielomian	336
Dzielenie wielomianu przez wielomian	337
Schemat Hornera	338
Algorytm Hornera (dzielenie wielomianu przez dwumian)	338
Reszta z dzielenia przez dwumian	340
Schemat Hornera (obliczanie wartości wielomianu)	340
nwd wielomianów	341
Pochodna wielomianu	341
Pierwiastki wielomianu	341
Pierwiastek wielomianu	341
Rozkładanie wielomianu na czynniki	343

Równanie kwadratowe	343
Postać ogólna	343
Wyróżnik równania kwadratowego	344
Pierwiastki równania kwadratowego	344
Postać kanoniczna	344
Postać iloczynowa	344
Wzory Viète'a	344
Przykłady	345
Równanie sześciennie	346
Postać ogólna	346
Wyróżnik równania sześciennego	347
Wzory Viète'a	349
Równanie sześciennie 2	349
Współczynnik $h > 0$	349
Współczynnik $h = 0$	350
Współczynnik $h < 0$	350
Równania 4. stopnia	351
Postać ogólna	351
Wyróżniki i pierwiastki	351
Wzory Viète'a	353
Rozdział 20. Liczby zespolone	355
Równość liczb zespolonych	356
Układ współrzędnych	356
Postać algebraiczna	356
Dodawanie	356
Odejmowanie	358
Mnożenie	358
Sprzężenie	359
Dzielenie	359
Moduł	360
Argument	360
Postać trygonometryczna	361
Mnożenie	361
Dzielenie	361
Potęgowanie	363
Pierwiastkowanie	363
Odwrotność $1/n$	364
Reprezentacja macierzowa	365
Dodawanie	365
Odejmowanie	365
Mnożenie	366
Transpozycja, sprzężenie	366
Wyznacznik macierzy, moduł liczby	366
Argument	366
Wektory własne macierzy	366
Interpretacja transformacyjna	366
Rozdział 21. Wykresy niektórych krzywych	367
Asteroida	367
Rozeta czterolistna	368
Spirala Archimedesza	369
Kardioida	370
Krzywa Lissajous	370
Epicykloida	372
Epitrochoida	372

Hipocykloida	375
Hipotrochoida	376
Elipsa	378
Inne krzywe	378
Rozdział 22. Krzywe Béziera	381
Wielomiany Bernsteina	381
Definicja	381
Obliczenia	381
Algorytm	385
Właściwości	386
Inne sposoby obliczania	386
Pochodne	387
Krzywa Béziera 1. stopnia	388
Krzywa Béziera 2. stopnia	389
Tworzenie krzywej	389
Obliczenia	390
Algorytm	390
Postać macierzowa	391
Inna definicja	392
Krzywa Béziera 3. stopnia	394
Obliczenia	394
Algorytm	395
Postać macierzowa	395
Inna definicja	397
Wykresy krzywych Béziera 2. i 3. stopnia	398
Krzywa 2. stopnia	398
Krzywa 3. stopnia	399
Krzywe Béziera wyższych stopni	400
Algorytm	401
Wykres	401
Podwyższanie stopnia krzywej	402
Algorytm	402
Wykres	402
Właściwości krzywych Béziera	403
Właściwość 1.	403
Właściwość 2.	403
Właściwość 3.	403
Właściwość 4.	403
Właściwość 5.	404
Właściwość 6.	404
Właściwość 7.	404
Właściwość 8.	410
Właściwość 9.	411
Właściwość 10.	411
Właściwość 11.	411
Właściwość 12.	411
Algorytm de Casteljau	411
Obliczenie położenia punktu na krzywej dla danego t	412
Podział krzywej na dwie krzywe	414
Gładkie połączenie dwóch krzywych	416
Wymierne krzywe Béziera	417
Definicja	418
Funkcje bazowe wymiernych krzywych Béziera	418

Wymierne krzywe Béziera 2. stopnia	421
Algorytm	421
Wykresy	421
Wymierne krzywe Béziera 3. stopnia	422
Algorytm	423
Wykres	423
Wymierne krzywe Béziera n-tego stopnia	423
Algorytm	423
Wykres	423
Właściwości wymiernych krzywych Béziera	424
Właściwość 1.	424
Właściwość 2.	424
Właściwość 3.	424
Właściwość 4.	424
Właściwość 5.	425
Właściwość 6.	425
Właściwość 7.	425
Właściwość 8.	425
Właściwość 9.	425
Właściwość 10.	425
Właściwość 11.	425
Właściwość 12.	425
Właściwość 13.	425
Właściwość 14.	425
Rozdział 23. Teoria gier	427
Podstawowe pojęcia	427
Teoria gier	427
Gracz	427
Gra	427
Strategia	427
Decyzja	428
Wypłata	428
Macierz wypłat	429
Gra z sumą zerową	429
Punkt siodłowy	429
Strategia czysta	432
Strategia mieszana	432
Strategia dominująca	434
Podgra	436
Cena gry	437
Rozwiązywanie gier 2×2	439
Przykład	440
Rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$	441
Przykład 1.	442
Przykład 2.	444
Graficzne rozwiązywanie gier $2 \times m$ i $n \times 2$	447
Przykład 1.	447
Przykład 2.	448
Rozwiązywanie gier $m \times n$	449
Gry z naturą	449
Sformułowanie problemu	449
Gdy znamy prawdopodobieństwa stanów natury	450
Gdy nie znamy prawdopodobieństw stanów natury	451

Rozdział 24. Automaty komórkowe	455
Automaty komórkowe 1-wymiarowe	455
Ewolucja w czasie	458
Automaty komórkowe 2-wymiarowe	461
Sąsiedztwo von Neumanna	461
Sąsiedztwo Moore'a	461
Warunki brzegowe	461
Gra „Life” Conwaya	461
Mrówka Langtona	465
Cechy szczególne	465
Inne warianty	465
„Ruch drogowy” Nagela-Schreckenberga	467
Rozdział 25. Chaos i fraktale	469
Typy fraktali	469
Samopodobieństwo	470
Wymiar topologiczny	470
Wymiar podobieństwa	471
Wymiar podobieństwa figur płaskich	471
Wymiar podobieństwa brył	471
Wymiar podobieństwa obiektów n-wymiarowych	472
Wymiar fraktalny	472
Wymiar Minkowskiego	472
Odcinek	472
Kwadrat	473
Inne wymiary	473
Zbiór Cantora	473
Krzywa Kocha	475
Płatek Kocha	477
Smok Heighwaya	477
Supersmok	478
Trójkąt Sierpińskiego	480
Trójkąt Sierpińskiego metodą losową	480
Paproć Barnsleya	481
Fraktal Julii	483
Opis	483
Fraktal Mandelbrota	485
Płonący statek	485
L-system	487
Krzywa Kocha	489
Płatek Kocha	490
Zbiór Cantora	491
Trójkąt Sierpińskiego	491
Gałązka	492
Krzywa Hilberta	493
Smok Levy'ego	493
Modyfikacja krzywej Kocha	494
Pentadendryt	494
Gałązka 2	495
Kółeczka	495
Fraktale w przyrodzie	496
Zastosowania wymiaru Minkowskiego	497
Mierzenie kształtów	497
Wymiar Minkowskiego	499
Równania regresji na podstawie próby	499

Atraktor Lorenza	501
Opis	501
Fraktale Lapunowa	502
Równanie Malthusa	502
Analogowe równanie logistyczne (model Verhulsta)	504
Dyskretne równanie logistyczne	507
Drzewo Feigenbauma	509
Wykładnik Lapunowa	511
Fraktale Lapunowa	511
Rozdział 26. Obliczenia związane z dietami	515
BMI	515
WHR i typ otyłości	516
Stan odżywienia	516
Zakres wag	518
Nadwaga	518
Tryb życia	518
Budowa ciała	519
Zapotrzebowanie energetyczne	519
Energia podstawowa	519
Energia aktywności	519
Energia związana z wiekiem	519
Energia związana z budową ciała	520
Energia optymalna	520
Ochudzenie	520
Wartość energetyczna pokarmów	520
Nadwyżka energetyczna (kalorii)	520
Szybkość odchudzania i energia diety	521
Czas odchudzania	521
Skład diety	521
Przykład	522
Rozdział 27. Liczby w języku Java	523
Prymitywne typy danych	523
Zmienne typów prymitywnych	524
Obiektowe typy danych	524
Typy zmiennych	525
Przekazywanie zmiennych	526
Wartości domyślne zmiennych	526
Tablice	527
Typy wyliczeniowe	527
Równość zmiennych	527
Modyfikatory	528
Modyfikatory dostępu	528
final	528
static	528
transient	528
volatile	529
Dostęp w module	529
Operatory	529
Operator * oraz /	529
Operatory + i -	530
Operator % (modulo)	530
Bitowe operatory logiczne & ^	530
Operatory przypisania	530

Konwersja typów	531
Konwersja ukryta prymitywnych typów danych	531
Konwersja ukryta obiektowych typów danych	534
Konwersja jawna	535
Typy otoczkowe	535
Autoboxing	537
Dokładność typów float i double	537
Błędy zaokrąglenia	537
Błędy reprezentacji	538
Liczby typu float	538
Liczby typu double	540
Zapobieganie niedokładności	541
Kod uzupełnień do 2	541
Zamiana liczb na bity i odwrotnie	541
Kod uzupełnień do 2	542
Tworzenie liczby przeciwnej	544
Dodawanie	544
Odejmowanie	544
Mnożenie	545
Dzielenie	545
Rozdział 28. Odkrywanie prawdy o świecie	547
Ile wody mieściło „morze” Salomona?	547
Rachunek prawdopodobieństwa	549
Rozmieszczenie R_{111}	549
Rozmieszczenie R_{011}	550
Rozmieszczenie R_{101}	552
Rozmieszczenie R_{001}	553
Entropia	553
Stan wyjściowy	554
Gdy urna może pomieścić tylko jedną kulę	558
Gdy urna może pomieścić co najwyżej r kul	559
Rozdział 29. Paradoksy	563
Paradoks Russella: Golibroda	563
Sformułowanie problemu	563
Rozwiązanie problemu	564
Paradoks: Jestem kłamcą	565
Sformułowanie problemu	565
Rozwiązanie	565
Paradoks: Pan Bóg i kamień	566
Sformułowanie problemu	566
Rozwiązanie	566
Paradoks z sakiewkami	567
Sformułowanie problemu	567
Rozwiązanie	569
Paradoks Monty’ego Halla	569
Sformułowanie problemu	569
Rozwiązanie 1. (błędne)	570
Rozwiązanie 2. (prawidłowe)	571
Paradoks Gibbsa	573
Sformułowanie problemu	573
Rozwiązanie problemu	576

Rozdział 21.

Wykresy niektórych krzywych

Asteroida

Asteroida jest szczególnym przypadkiem hipocykloidy, gdy m , czyli liczba ostrz, równa się 4. Asteroida wyrażona jest równaniem parametrycznym:

$$x = A \cdot \cos^3 \phi$$

$$y = A \cdot \sin^3 \phi$$

gdzie

A i ϕ — współrzędne biegunowe punktu.

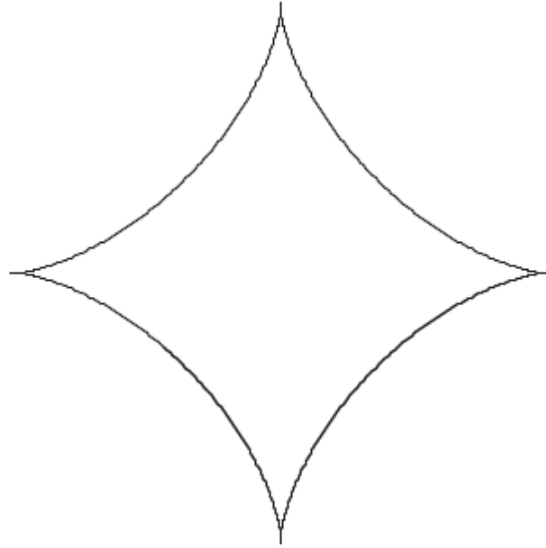
Asteroidę możemy wykreślić, używając metody `asteroida` (listing 21.1, `curve/CurveUtil.java`).

Listing 21.1. *Metoda asteroida*

```
public static void asteroida(Graphics2D g2, Color kolor, int r, int liczbaPunktow)
{
    g2.translate(400, 400);
    int x1 = r;
    int y1 = 0;
    int x2;
    int y2;
    g2.setColor(kolor);
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (int) (r * Math.pow(Math.cos(t), 3));
        y2 = (int) (r * Math.pow(Math.sin(t), 3));
        g2.drawLine(x1, y1, x2, y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Po zastosowaniu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 21.1, *curve/Curve01.java*).

Rysunek 21.1.
Asteroida wykreślona
odcinkami linii



Rozeta czterolistna

Rozeta czterolistna jest określona równaniem parametrycznym:

$$x = 2a \sin \varphi \cos^2 \varphi$$

$$y = 2a \sin^2 \varphi \cos \varphi$$

Krzywą możemy wykreślić, używając metody *rozeta4listna* (listing 21.2, *curve/ CurveUtil.java*).

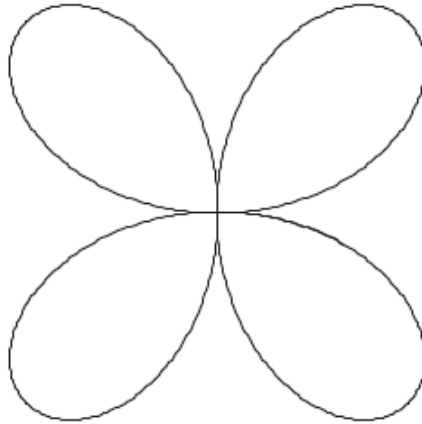
Listing 21.2. *Metoda rozeta4listna*

```
public static void rozeta4listna(Graphics2D g2, Color kolor, int size, int
liczbaPunktow) {
    g2.translate(400, 400);
    double x1 = 0;
    double y1 = 0;
    double x2;
    double y2;
    g2.setColor(kolor);
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = 2 * size * Math.sin(t) * Math.pow(Math.cos(t), 2);
        y2 = 2 * size * Math.cos(t) * Math.pow(Math.sin(t), 2);
        g2.drawLine((int) x1, (int) y1, (int) x2, (int) y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres (rysunek 21.2, *curve/Curve02.java*).

Rysunek 21.2.

Rozeta czterolistna



Spirala Archimedesesa

Spirala Archimedesesa to krzywa określona przez równanie parametryczne:

$$x = a\varphi \cos \varphi$$

$$y = a\varphi \sin \varphi$$

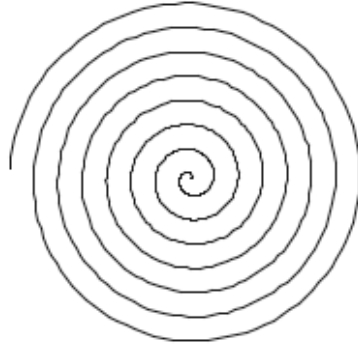
Do jej wykreślenia możemy użyć metody *spiralaArchimedesesa* (listing 21.3, *curve/ CurveUtil.java*).

Listing 21.3. Metoda *spiralaArchimedesesa*

```
public static void spiralaArchimedesesa(Graphics2D g2, Color kolor, int dlugosc,
↳ int ciasnosc, int liczbaPunktow){
    g2.translate(400, 400);
    g2.scale(1, -1);
    int x1 = 0;
    int y1 = 0;
    int x2;
    int y2;
    g2.setColor(kolor);
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * dlugosc * Math.PI / liczbaPunktow;
        x2 = (int) (ciasnosc * t * Math.cos(t));
        y2 = (int) (ciasnosc * t * Math.sin(t));
        g2.drawLine(x1, y1, x2, y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 21.3, *curve/Curve03.java*).

Rysunek 21.3.
Spirala Archimedesa



Kardioida

Kardioida jest opisana równaniem parametrycznym:

$$x = a(2 \cos t - \cos 2t)$$

$$y = a(2 \sin t - \sin 2t)$$

Do wykreślenia funkcji możemy użyć metody kardioida (listing 21.4, *curve/CurveUtil.java*).

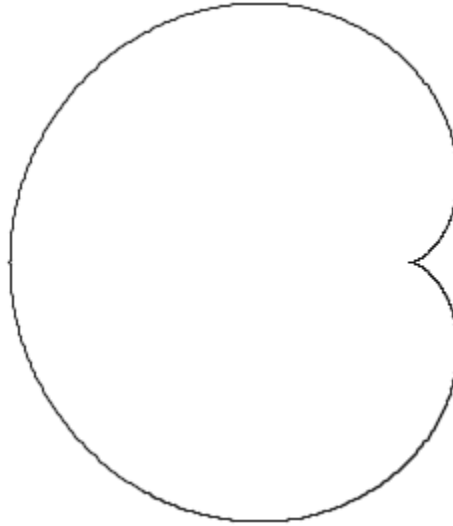
Listing 21.4. Metoda kardioida

```
public static void kardioida(Graphics2D g2, Color kolor, int a,
                           int liczbaPunktow) {
    g2.setColor(kolor);
    g2.translate(400, 400);
    int x1 = a;
    int y1 = 0;
    int x2;
    int y2;
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (int) (a * (2 * Math.cos(t) - Math.cos(2 * t)));
        y2 = (int) (a * (2 * Math.sin(t) - Math.sin(2 * t)));
        g2.drawLine(x1, y1, x2, y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Po użyciu algorytmu otrzymujemy wykres krzywej (rysunek 21.4, *curve/Curve04.java*).

Krzywa Lissajous

Krzywa Lissajous to krzywa parametryczna zakreślana przez punkt wykonujący niezależne ruchy harmoniczne w dwóch płaszczyznach wzajemnie prostopadłych. Krzywe są opisane równaniem parametrycznym:

Rysunek 21.4.*Kardioida*

$$x = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$y = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

Stosunek ω_1/ω_2 , jeżeli jest wymierny, określa stosunek zetknięć z poziomymi bokami prostokąta. Wielkość tego prostokąta określają zmienne A_1 i A_2 . Kształt krzywych zależy też od $(\varphi_1 - \varphi_2)$.

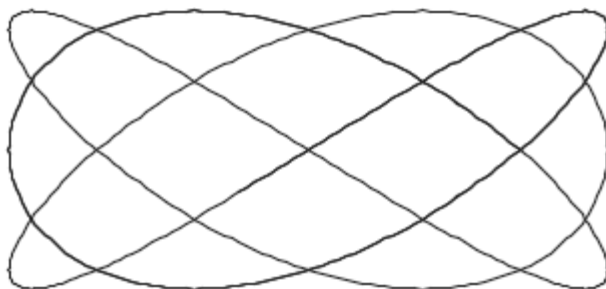
Krzywą możemy wykreślić przy użyciu metody `lissajous` (listing 21.5, `curve/ CurveUtil.java`).

Listing 21.5. *Metoda lissajous*

```
public static void lissajous(Graphics2D g2, Color kolor, int A1, int A2,
                           int w1, int w2, double fi1, double fi2, int
liczbaPunktow) {
    g2.setColor(kolor);
    g2.translate(400, 400);
    int x1 = (int) (A1 * Math.cos(fi1));
    int y1 = (int) (A2 * Math.cos(fi2));
    int x2;
    int y2;
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (int) (A1 * Math.cos(w1 * t + fi1));
        y2 = (int) (A2 * Math.cos(w2 * t + fi2));
        g2.drawLine(x1, y1, x2, y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Krzywą możemy wykreślić (rysunek 21.5, `curve/Curve05.java`).

Rysunek 21.5.
Krzywa Lissajous



Epicykloida

Epicykloida to krzywa kreślona przez punkt M okręgu, który toczy się bez poślizgu po zewnętrznej stronie okręgu nieruchomego koła.

Epicykloida wyrażona jest równaniem parametrycznym:

$$x = (A + a) \cos \varphi - a \cos \frac{A + a}{a} \varphi$$

$$y = (A + a) \sin \varphi - a \sin \frac{A + a}{a} \varphi$$

gdzie

A — promień nieruchomego koła,

a — promień ruchomego koła.

Kształt krzywej zależy od stosunku $m = \frac{A}{a}$.

Gdy:

- ◆ $m = 1$, powstaje krzywa zwana kardioidą;
- ◆ m jest liczbą całkowitą, epicykloida jest krzywą zamkniętą, składającą się ze skończonej liczby łuków;
- ◆ m jest ułamkiem, epicykloida składa się ze skończonej liczby krzyżujących się łuków, przy czym punkt bieżący wraca do punktu wyjściowego;
- ◆ m jest liczbą niewymierną, łuków jest nieskończenie wiele, a punkt M nie wraca do położenia wyjściowego.

Epitrochoida

Do równania epicykloidy w drugim członie każdego równania można wprowadzić dodatkowy parametr λ .

$$x = (A + a) \cos \varphi - \lambda a \cos \frac{A + a}{a} \varphi,$$

$$y = (A + a) \sin \varphi - \lambda a \sin \frac{A + a}{a} \varphi.$$

Jeżeli:

- ♦ $\lambda = 1$, jak w powyższych wzorach, otrzymujemy epicykloidę;
- ♦ $\lambda > 1$, otrzymujemy tzw. epicykloidę wydłużoną;
- ♦ $\lambda < 1$, otrzymujemy tzw. epicykloidę skróconą.

Wszystkie trzy epicykloidy noszą ogólną nazwę **epitrochoida**.

Epicykloidę możemy wykreślić, używając metody epicykloida (listing 21.6, *curve/ CurveUtil.java*):

Listing 21.6. *Metoda epicykloida*

```
public static void epicykloida(Graphics2D g2, Color kolor, int A, int a,
                             double lambda, int liczbaPunktow) {
    g2.translate(400, 400);
    double x1 = A - (lambda - 1) * a;
    double y1 = 0;
    double x2;
    double y2;
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (A + a) * Math.cos(t) - lambda * a * Math.cos((A + a) * t / a);
        y2 = (A + a) * Math.sin(t) - lambda * a * Math.sin((A + a) * t / a);
        g2.setColor(kolor);
        g2.drawLine((int) x1, (int) y1, (int) x2, (int) y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

Rysujemy epitrochoidę dla różnych zestawów parametrów (rysunki 21.6 – 21.13).

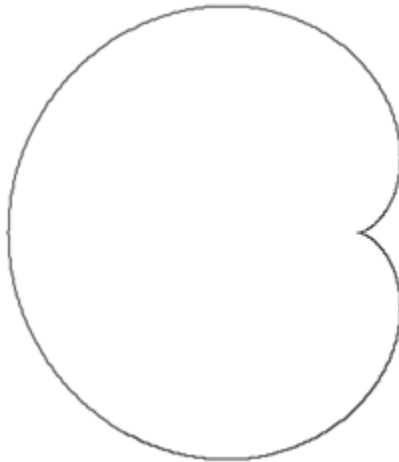
Rysunek 21.6.

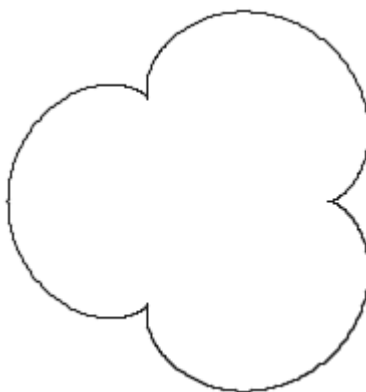
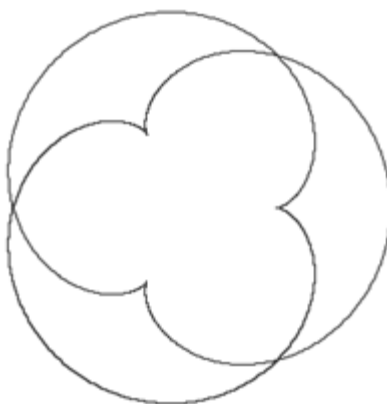
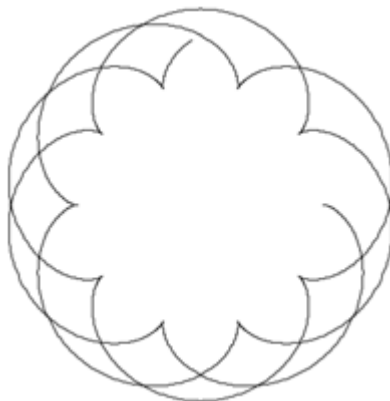
Epitrochoida

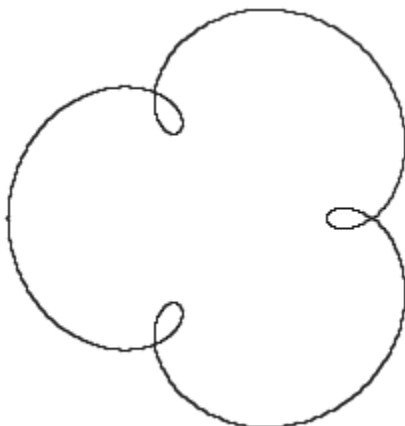
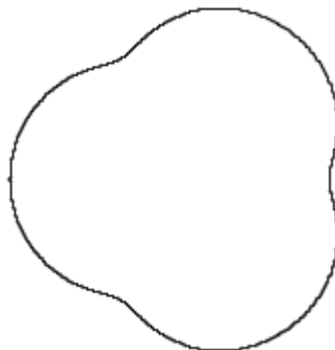
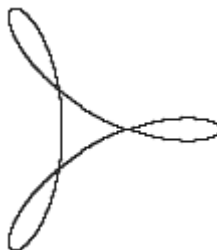
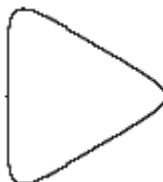
dla $m = 1$ ($A = 60$,

$a = 60$), $\lambda = 1$

(*curve/Curve06.java*)



Rysunek 21.7.*Epitrochoida*dla $m = 3$ $(A = 60, a = 20), \lambda = 1$ $(\text{curves/Curve07.java})$ **Rysunek 21.8.***Epitrochoida*dla $m = 1.5$ $(A = 60, a = 40), \lambda = 1$ $(\text{curve/Curve08.java})$ **Rysunek 21.9.***Epitrochoida*dla $m = 3,3(333)$ $(A = 100, a = 30), \lambda = 1$ $(\text{curve/Curve09.java})$ 

Rysunek 21.10.*Epitrochoida*dla $m = 3$ ($A = 60$, $a = 20$), $\lambda = 1,5$ *(curve/Curve10.java)***Rysunek 21.11.***Epitrochoida*dla $m = 3$ ($A = 60$, $a = 20$), $\lambda = 0,5$ *(curves/Curve11.html)***Rysunek 21.12.***Epitrochoida*dla $m = -3$ ($A = 60$, $a = -20$), $\lambda = 1,5$ *(curve/Curve12.java)***Rysunek 21.13.***Epitrochoida*dla $m = -3$ ($A = 60$, $a = -20$), $\lambda = 0,5$ *(curve/Curve13.java)*

Hipocyklopedia

Hipocyklopedia to krzywa kreślona przez punkt M okręgu toczącego się bez poślizgu po wewnętrznej stronie okręgu nieruchomego koła.

Hipocykloida wyrażona jest takim samym równaniem parametrycznym jak epicykloida, ale parametr a jest zamieniony na $-a$, a symbole są takie same jak przy epicykloidzie.

Kształt krzywej zależy od stosunku $m = \frac{A}{a}$.

Gdy:

- ◆ $m = 2$, krzywa degeneruje do średnicy stałego koła;
- ◆ $m = 3$, hipocykloida ma 3 ostrza;
- ◆ $m = 4$, otrzymujemy hipocykloidę o 4 ostrzach, nazywaną asteroidą.

Hipotrochoida

Do równania hipocykloidy w drugim członie każdego równania można wprowadzić dodatkowy parametr λ .

Jeżeli:

- ◆ $\lambda = 1$, jak w powyższych wzorach, otrzymujemy hipocykloidę,
- ◆ $\lambda > 0$, otrzymujemy tzw. hipocykloidę wydłużoną,
- ◆ $\lambda < 0$, otrzymujemy tzw. hipocykloidę skróconą.

Wszystkie trzy hipocykloidy noszą ogólną nazwę **hipotrochoida**.

W hipotrochoidach, gdy $A = 2a$, krzywa staje się elipsą, gdy $A = a$, otrzymujemy konchoidę, nazywaną też ślimakiem Pascala.

Do wykreślania możemy użyć metody hipocykloida (listing 21.7, *curve/CurveUtil.java*).

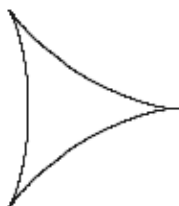
Listing 21.7. Metoda hipocykloida

```
public static void hipocykloida(Graphics2D g2, Color kolor, int A, int a,
                               double lambda, int liczbaPunktow) {
    g2.translate(400, 400);
    double x1 = A + (lambda - 1) * a;
    double y1 = 0;
    double x2;
    double y2;
    a = -a;
    for (int i = 0; i < liczbaPunktow; i++) {
        double t = i * Math.PI / 360;
        x2 = (A + a) * Math.cos(t) - lambda * a * Math.cos((A + a) * t / a);
        y2 = (A + a) * Math.sin(t) - lambda * a * Math.sin((A + a) * t / a);
        g2.setColor(kolor);
        g2.drawLine((int) x1, (int) y1, (int) x2, (int) y2);
        x1 = x2;
        y1 = y2;
    }
}
```

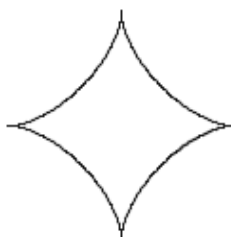
A oto wykresy hipotrochoidy przy różnych parametrach (rysunki 21.14 – 21.20):

Rysunek 21.14.

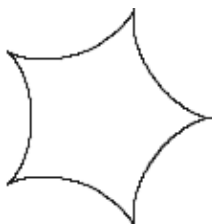
Hipotrochoida
przy $m = 3$ ($A = 60$,
 $a = 20$), $\lambda = 1$
(*curve/Curve14.java*)

**Rysunek 21.15.**

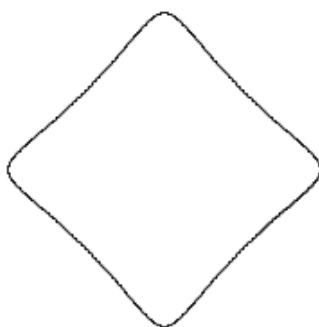
Hipotrochoida
dla $m = 4$ ($A = 60$,
 $a = 15$), $\lambda = 1$
(*curve/Curve15.java*)

**Rysunek 21.16.**

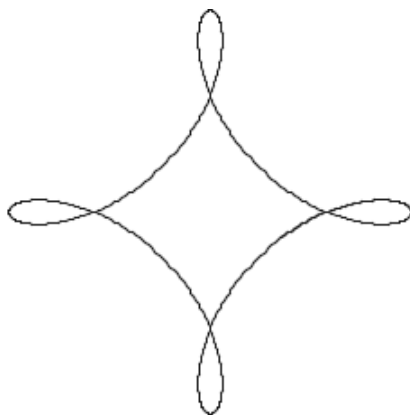
Hipotrochoida
dla $m = 5$ ($A = 60$,
 $a = 12$), $\lambda = 1$
(*curve/Curve16.java*)

**Rysunek 21.17.**

Hipotrochoida
dla $m = 4$ ($A = 100$,
 $a = 25$), $\lambda = 0,5$
(*curve/Curve17.java*)

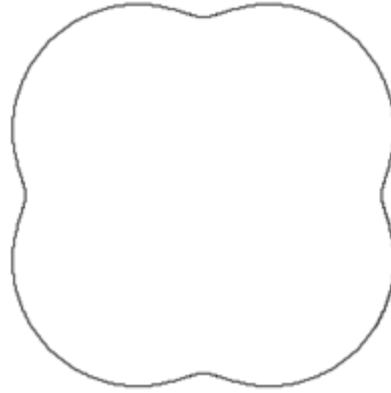
**Rysunek 21.18.**

Hipotrochoida
dla $m = 4$ ($A = 100$,
 $a = 25$), $\lambda = 1,5$
(*curve/Curve18.java*)



Rysunek 21.19.

Hipotrochoida
 dla $m = 4$ ($A = 100$,
 $a = -25$), $\lambda = 0,5$
 (curve/Curve19.java)

**Rysunek 21.20.**

Hipotrochoida
 dla $m = 2$ ($A = 100$,
 $a = 50$), $\lambda = 1,5$
 (curve/Curve20.java)



Elipsa

Elipsę można wykreślić, korzystając z równania parametrycznego:

$$x = a \cos t$$

$$y = b \sin t$$

gdzie:

a — duża oś elipsy,

b — mała oś elipsy,

t — zawiera się w przedziale $< 0, 2\pi$).

Ponieważ można ją wykreślić, używając metod Javy, nie przedstawiamy ani własnych metod, ani wykresu.

Inne krzywe

Ze względu na szczupłość miejsca nie ma możliwości dokładniejszego omawiania niektórych ciekawych krzywych. Sposoby ich wykreślania podano w materiałach. Dostępne krzywe (w klasie `curve/CurveUtil.java`) to:

- ◆ kwadraty wpisane w kwadraty (metoda `kwadraty`),
- ◆ spirala kwadratowa (metoda `spiralaKwadratowa`),
- ◆ szachownica (metoda `drawChessboard`).

W książce Piechota U., Piechota J., *JavaFX 9. Tworzenie graficznych interfejsów użytkownika*, Helion, Gliwice 2018, pokazany został sposób wykreślania krzywych:

- ♦ rozety Grandiego,
- ♦ symbol Jin-Jang,
- ♦ animowany symbol Jin-Jang.

W książce Piechota J., *Matematyka dla programistów JavaScript*, Helion, Gliwice 2019, pokazany został sposób wykreślenia krzywych:

- ♦ strzałka,
- ♦ spirala logarytmiczna Pascala,
- ♦ złota spirala,
- ♦ kwadraty i spirala Fibonacciego.

Metody te mogą być łatwo przetłumaczone z JavaScriptu na kod Java. Pozostawiam to jako ćwiczenie dla czytelnika.

Skorowidz

A

automaty komórkowe
 gra Life, 461
ACTIV, 56
algorytm, 307
 de Casteljau, 411
 Hornera, 338
AlphaComposite
 .CLEAR, 96
 .DST, 96
 .DST_ATOP, 97
 .DST_IN, 97
 .DST_OUT, 98
 .DST_OVER, 99
 .SRC, 99
 .SRC_ATOP, 99
 .SRC_IN, 100
 .SRC_OUT, 100
 .SRC_OVER, 101
 .XOR, 102
alternatywa, 62
AND, 50
Apollo Belwederski, 123
arccosx, 30
arcsinx, 30
arctgx, 31
argument liczb zespolonych, 360
assertum, 48
asteroida, 367
atraktor Lorenza, 501
autoboxing, 537
automaty komórkowe
 1-wymiarowe, 455
 2-wymiarowe, 461
 deterministyczne, 455
 liczba iteracji, 458

 mrówka Langtona, 465
 ruch drogowy, 467
 sąsiedztwo Moore'a, 461
 sąsiedztwo von Neumanna, 461
 warunki brzegowe, 458, 461

B

BCD, Binary-Coded Decimal, 75
bifurkacja, 510
bity
 odwracanie, 72
 sprawdzanie wartości, 72
 włączanie, 71
 wycinanie, 72
 wyłączanie, 71
błędy
 reprezentacji, 538
 zaokrąglenia, 537
BMI, body mass index, 515
budowa ciała, 519

C

cena gry, 437
ciąg Fibonacciego, 127
 biologia, 144
 drzewo rodowe u pszczół, 142
 ekonomia, 147
 granica, 128
 informatyka, 147
 literatura, 145
 muzyka, 145
 n-ty wyraz, 129
 proporcje skrzypiec, 146
 rozmnażanie królików, 143
 rozwój pędów bocznych, 144

ciąg Fibonacciego
 symbol Newtona, 132
 w systemie dwójkowym, 139
 właściwości, 132, 138
 wyrazy ciągu, 129, 130

ciągi liczbowe, 319
 iloczyn, 323
 iloraz, 323
 rozbieżne, 321
 różnica, 323
 suma, 323
 twierdzenia, 323
 zbieżne, 321

ciągłość funkcji, 327

cossecans, 28

cosh, 32

cosinus, 28

cotangens, 28

czas
 12/24 h, 76
 kod zegara, 77
 zapis BCD, 76
 zapis binarny, 75

D

dane, 213
 ocena, 221
 porównanie, 220
 wykresy, 216

DEACTIV, 57

decyzja, 428

dieta, 515, 521

długość
 przedziałów klasowych, 215
 wektora, 255

dodawanie
 jednomianów, 330
 liczb zespolonych, 356, 365
 macierzy, 266
 wektorów, 256
 wielomianów, 335

dokładność porównania, 541

dominanta, 224

dopełnienie
 algebraiczne, 277
 zbioru, 90

dostęp w module, 529

drzewo
 binarne, 191
 Feigenbauma, 509

dwumian, 332
 Newtona, 153, 154

dziedzina funkcji, 310

dzielenie
 jednomianów, 331
 liczb zespolonych, 359, 361
 macierzy, 275
 wielomianu, 337

E

elipsa, 378

energia
 aktywności, 519
 diety, 521
 optymalna, 520
 podstawowa, 519
 związana z budową ciała, 520
 związana z wiekiem, 519

entropia, 44, 553
 makrostanów, 556, 557

epicykloida, 372

epitrochoida, 372

F

faktoryzacja, 117

falsum, 48

final, 528

flagi binarne, 73

fraktal, 469
 atraktor Lorenza, 501
 drzewo Feigenbauma, 509
 gałązka, 492
 gałązka 2, 495
 Julii, 483, 484
 krzywa Hilberta, 493
 krzywa Kocha, 475, 489
 Mandelbrota, 485, 486
 paproć Barnsleya, 481
 pentadendryt, 494
 płonący statek, 485
 smok Heighwaya, 477
 smok Levy'ego, 493
 supersmok, 478
 trójkąt Sierpińskiego, 480, 491
 zbiór Cantora, 473, 491

fraktale
 binarne, 140
 Lapunowa, 502, 511
 w przyrodzie, 496

funkcja, 307, 309
 tocent, 197
 XOR, 457
 φ Eulera, 195

funkcje

- algebraiczne, 310
- argumenty, 309
- ciągłe, 327, 328
- cyklometryczne, 30
- dziedzina, 309
- hiperboliczne, 31
- jednej zmiennej, 312
- logarytmiczne, 311
- malejące, 313
- nieograniczone, 315
- niewymierne, 311
- ograniczone, 315
- okresowe, 315
- określanie dziedziny, 310
- przeciwdziedzina, 309
- przejścia, 456
- przesłupne, 311
- rosnące, 313
- różnowartościowe, 317
- ściśle monotoniczne, 314
- trygonometryczne, 25, 28, 29, 311
- uwikłane, 312
- w postaci parametrycznej, 312
- wartości, 309
- wielu zmiennych, 312
- wykładnicze, 311
- wykresy, 313
- wymierne, 311, 327
- wyraźne, 312
- wzajemnie odwrotne, 317
- zakres, 309
- złożone, 319

G

generowanie liczb pierwszych, 108

gęstość liczb pierwszych, 105

gra, 427

„Life” Conwaya, 461

2×2, 439

2×m, 441

n×2, 441

gracz, 427

granica

ciągu nieskończonego, 320

funkcji w punkcie, 324

funkcji wymiernej, 327

lewostronna i prawostronna, 324

niewłaściwa, 325

wielomianu, 327

gry

cena, 437

kryteria, 451

macierz wypłat, 429

podgra, 436

prawdopodobieństwa stanów natury, 450

punkt siodłowy, 429

rozwiązywanie, 439, 441, 449

rozwiązywanie graficzne, 447

strategia, 427

czysta, 432

dominująca, 434

mieszana, 432

wypłata, 428

z naturą, 449

z sumą zerową, 429

H

hipocykloida, 375

hipoteza Riemanna, 107

hipotrochoida, 376

histogram, 216

I

I prawo Mendla, 165

iloczyn

ciągów, 323

skalarny, 258

wektorowy, 260

zbiorów, 90

iloraz ciągów, 323

IMP, 54

IMPR, 55

informacja, 45

inwersje, 186

J

Java, 523

jednomiany, 329

dodawanie, 330

dzielenie przez jednomian, 331

dzielenie przez liczbę, 331

mnożenie przez jednomian, 331

mnożenie przez liczbę, 331

najmniejsza wspólna wielokrotność, 332

odejmowanie, 330

podobne, 330

redukowanie, 334

język Java, 523

K

kardioida, 370
 kąt, 25
 między prostymi, 247
 między wektorami, 256, 260
 klasa
 autos/AutomatonPanel.java, 456
 BigDecimal, 541
 BurningShipPanel, 486
 fractals/FractalUtil.java, 477
 fractals/Fractal04.java, 480
 fractals/Fractal26.java, 504
 fractals/FractalUtil.java, 482
 Math, 21
 MathUtil, 34, 35
 Matrix, 263
 polynomials/CubicEquat.java, 346
 polynomials/QuadEquation.java, 343
 kod
 BCD, 75
 Graya, 77
 konwersje liczb, 79, 80
 tworzenie, 77
 uzupełnień do 2, 541, 542
 kolory, 83
 kombinacje
 bez powtórzeń, 167
 z powtórzeniami, 168
 koniunkcja, 62
 konstruktor, 263
 konwersja
 jawna, 535
 liczb binarnych, 79
 liczb dziesiętnych, 79, 80
 przy wywoływaniu metod, 533, 535
 przypisania, 532, 534
 typów, 531
 ukryta, 531, 534
 krzywa Béziera, 381
 1. stopnia, 388
 2. stopnia, 389
 postać macierzowa, 391
 tworzenie, 389
 wymierna, 421
 3. stopnia, 394
 postać macierzowa, 395
 wykresy, 398
 wymierna, 417, 422
 funkcje bazowe, 418
 gładkie połączenie, 416
 obliczenie położenia punktu, 412
 podwyższanie stopnia krzywej, 402
 podział krzywej, 414

właściwości, 403, 411
 wyższych stopni, 392, 397, 400
 krzywe
 Hilberta, 493
 Kocha, 475, 489, 494
 Lissajous, 370
 logistyczne, 506
 kurtoza, 230
 kwadraty Fibonacciego, 138
 kwartył
 dolny, 225
 górny, 226
 środkowy, 225

L

liczba
 e, 324
 makrostanów, 554, 558
 pierwsza Mersenne'a, 110
 przedziałów klasowych, 215
 φ , 119
 w architekturze, 123
 w muzyce, 123
 w naturze, 125
 w sztuce, 123
 liczby
 Bella, 193
 bransoletki, 199
 naszyjniki, 198
 Bernoulliego, 181
 binarne, 63
 Catalana, 186
 liczba dróg, 187
 liczba drzew binarnych, 191
 liczba monotonicznych dróg, 190
 liczba podziałów na trójkąty, 190
 liczba rozmieszczeń nawiasów, 189
 Eulera I rzędu, 177
 Eulera II rzędu, 178
 Fibonacciego, 127
 heksadecymalne, 81
 pierwsze, 103
 bliźniacze, 112
 ciekawe, 113
 czworacze, 112
 duże, 114
 Eulera, 111
 Fermata, 111
 generowanie, 108
 gęstość, 105
 izolowane, 112

liczba, 108
 lustrzane, 112
 małe, 114
 największe, 113
 palindromiczne, 113
 rozmieszczenie, 103
 Sophie Germain, 112
 specjalne, 112
 w naturze, 118
 w podanym zakresie, 108
 większe od n , 108
 przeciwne, 544
 pseudolosowe, 35
 Rahaba, 139
 Segnera, *Patrz* liczby Catalana
 Stirlinga
 I rodzaju, 175
 II rodzaju, 173
 typu double, 540
 typu float, 538
 względnie pierwsze, 194
 zespolone, 355
 argument, 360, 366
 dodawanie, 356, 365
 dzielenie, 359, 361
 mnożenie, 358, 361, 366
 moduł, 360
 odejmowanie, 358, 365
 odwrotność $1/n$, 364
 pierwiastkowanie, 363
 postać algebraiczna, 356
 postać trygonometryczna, 361
 potęgowanie, 363
 reprezentacja macierzowa, 365
 równe, 356
 sprzężenie, 359, 366
 transpozycja, 366
 układ współrzędnych, 357
 logarytm, 23
 dziesiętny, 24
 naturalny, 24
 logarytmy
 przeliczanie, 24
 w Javie, 24
 logika
 Bochvara, 60
 Heytinga, 60
 Kleene'ego, 60, 62
 Łukasiewicza, 59
 Reichenbacha, 61
 logiki trójwartościowe, 59
 losowanie bez zwracania, 210
 L-system, 487

M

macierz, 263
 gry, 435, 437
 $2 \times m$, 434
 $n \times 2$, 435
 jednostkowa, 265
 kwadratowa, 265
 przejsć, 43
 przekształceń, 301
 refleksji, 299
 translacji, 299
 wektorowa, 265
 wypłat, 429, 439–442
 zerowa, 264
 macierze
 dodawanie, 266
 dopełnienie algebraiczne, 277
 dzielenie, 275
 minor, 276
 mnożenie, 267
 mnożenie skalarne, 267
 obliczanie wyznacznika, 270
 odejmowanie, 267
 odwrotne, 276, 278
 równość, 266
 stopień, 266
 transpozycja, 275
 transpozycja dopełnień, 278
 układ równań, 280
 wektory własne, 366
 właściwości, 266
 maskowanie binarne, 70
 max, 222
 metoda
 angleBetween, 260
 asteroida, 367
 average, 428
 bernsteinTVValue, 385
 bezierDegreeUp, 402
 bigFi, 120
 bin2toByteArray, 543
 bin2ToInt, 542
 binToGray, 79
 calculateBarnsley, 482
 cBezierValue1, 395
 cBezierValue2, 396
 compositedColor, 94
 connectBezier, 416
 countCells, 498
 crossPoint, 249
 decToGray, 79
 det, 273

metoda

div, 360, 362
 divideCasteljau, 415
 double Math.IEEEremainder(), 38
 drawBernstein, 385
 drawCantorSet, 474
 drawDragon, 477
 drawNBezier, 401
 epicykloida, 373
 euklides, 240
 fi, 119
 findLine, 244
 fractDecimToNormal, 40
 grayToBin, 80
 grayToDec, 79
 hasSaddle, 432
 hipocykloida, 376
 isFibo, 130
 jaccard, 238
 kardioida, 370
 lissajous, 371
 margalef, 234
 Math.floorDiv(x, y), 34
 Math.floorMod(x,y), 34
 Math.fma(), 38
 Math.toIntExact(long), 36
 maximin, 430
 minimax, 431
 multiply, 269
 nextValue, 457
 pielou, 237
 price, 438
 qBezierValue1, 390
 qBezierValue2, 391
 qBezierValue3, 393
 reduce, 334
 rozeta4listna, 368
 setToReflection, 291
 setToRotation, 288
 setToScale, 286
 setToShear, 293
 setToTranslate, 284
 simpsonEnviron, 235
 simpsonSample, 234
 sorenson1, 238
 sorenson2, 239
 spiralaArchimedesesa, 369
 stats, 131
 toString, 254

metody

cyklometryczne klasy Math, 31
 dla wskaźnika Shannona–Wienera, 236
 do bezpiecznych działań na liczbach, 36

generujące liczby pseudolosowe, 35
 hiperboliczne klasy Math, 32
 klasy Math, 23, 33
 operujące na znakach liczb, 35
 trygonometryczne klasy Math, 29
 z przyrostkiem Exact, 36
 zaokrąglające w klasie Math, 33
 związane z reprezentacją liczb, 37

miary kąta, 25

min, 222

minor, 276

mnożenie

jednomianów, 331
 liczb zespolonych, 358, 361, 366
 macierzy, 267
 skalarne, 267
 wielomianu, 336

moda, *Patrz* dominanta

model

kolorów, 83
 HSL/HSI/HSD, 84
 HSV/HSB, 84
 HWB, 85
 RGB, 83
 RGBA, 83
 sRGB, 83

Verhulsta, 504

modele analogowe, 504

moduł

liczb zespolonych, 360
 liczby, 320, 366

modyfikatory, 528

dostępu, 528

momenty średniej, 229

morze Salomona, 547

mrówka Langtona, 465

N

nadwaga, 518

nadwyżka energetyczna, 520

najmniejsza wspólna wielokrotność, 332

największy wspólny dzielnik, 341

NAND, 51

natężenie, 223

NOR, 52

normalizacja wektora, 258

normalna wektora, 259

not, 49

NXOR, 53

O

obiekt
 Circle, 408
 Line, 243
 obliczanie logarytmów, 25
 obrót, 286
 w miejscu, 295
 względem dowolnego punktu, 294
 ocena danych, 221
 odbicie, 289
 względem osi, 289, 290
 względem prostej, 290, 299
 odchudzenie, 520
 odchylenie standardowe, 228
 w populacji, 228
 w próbie, 228
 odejmowanie
 jednomianów, 330
 liczb zespolonych, 358, 365
 macierzy, 267
 wektorów, 257
 wielomianów, 336
 odległość
 prostych równoległych, 245
 punktu od prostej, 249
 odstęp międzykwartyłowy, 226
 odwracanie bitów, 72
 operacja OR, 458
 operacje
 binarne, 70
 na zbiorach, 89
 operator, 529
 %, 530
 *, 529
 /, 529
 +, 530
 bitowej różnicy symetrycznej \wedge , 66
 iloczynu bitowego $\&$, 65
 negacji bitowej \sim , 67
 przesunięcia bitowego w lewo \ll , 67
 przesunięcia bitowego w prawo \gg , 68
 przesunięcia bitowego w prawo
 z wypełnianiem zerami $\gg>$, 69
 sumy bitowej $|$, 66
 operatory
 binarne, 65
 logiczne, 530
 przypisania, 530
 OR, 51
 otyłość, 516

P

paleta kolorów, 85
 nazwanych
 CSS, 86
 EN, 85
 HSL, 86
 Web Safe Colors, 85
 paproć Barnsleya, 481
 paradoks
 Jestem kłamcą, 565
 Pan Bóg i kamień, 566
 Gibbsa, 573
 Monty'ego Halla, 569
 Russella
 Golibroda, 563
 z sakiewkami, 567
 parametry
 dla gałązki, 492
 dla krzywej Hilberta, 493
 dla krzywej Kocha, 489, 494
 dla płatka Kocha, 490
 dla smoka Levy'ego, 493
 dla trójkąta Sierpińskiego, 491
 dla zbioru Cantora, 491
 partycje, 182
 pełność, 61
 pentadendryt, 495
 pentagram, 122
 percentyle, 225
 permutacje
 bez powtórzeń, 170
 z powtórzeniami, 171
 pierwiastki
 równania kwadratowego, 344
 wielomianu, 341
 pierwiastkowanie, 22
 liczb zespolonych, 363
 płatek Kocha, 477, 490
 pochodna, 332, 410
 wielomianu, 341
 podgra, 436
 podmacierz, 276
 poprawność, 61
 porównanie danych, 220
 potęgowanie, 21
 liczb zespolonych, 363
 prawdopodobieństwo, 43, 549
 makrostanów, 555
 proste
 kąąt między prostymi, 247
 odległość punktu, 249
 prostopadłe, 246, 251

proste
 przechodzące przez punkty, 244
 punkt przecięcia prostych, 248
 równania, 241
 równoległe, 245, 250
 współczynnik kierunkowy, 244
 wyznaczanie punktów, 252

przedział
 domknięty, 308
 klasowy, 215
 nieograniczony, 308
 otwarty, 308

przekrzywienie, 292, 301
 wzdłuż osi X, 292
 względem osi Y, 292

przekształcenia
 afiniczne, 283
 izometryczne, 283
 złożone, 293

przeliczanie
 kolorów, 86
 liczb dziesiętnych, 82
 liczb heksadecymalnych, 82
 logarytmów, 24
 na typ int, 541
 stopni na radiany, 27

przeźrzeń kolorów, *Patrz* model kolorów

punkt
 przecięcia prostych, 248
 siodłowy, 429, 432

R

rachunek prawdopodobieństwa, 549

refleksja, *Patrz* odbicie

reguły Portera–Duffa, 96

rekurencja, 175, 177

relacje, 308
 jednoznaczne, 309

reprezentacja liczb, 36

rozeta czterolistna, 368

rozkład
 dwumianowy, 151
 elementów, 200

rozkładanie wielomianu, 343

rozmieszczenie kul, 201–206, 549–553

rozstęp badanej cechy, 214, 222

równanie
 4. stopnia, 351
 postać ogólna, 351
 wyróżniki i pierwiastki, 351
 wzory Viète’a, 353

kwadratowe, 343
 pierwiastki, 344
 postać iloczynowa, 344
 postać kanoniczna, 344
 postać ogólna, 343
 wyróżnik, 344
 wzory Viète’a, 344

logistyczne, 506
 analogowe, 504
 dyskretne, 507

Malthusa, 502, 505

prostej
 postać kierunkowa, 242
 postać ogólna, 241

regresji, 499

sześcienne, 346, 349
 parametry pomocnicze, 347
 postać ogólna, 346
 współczynnik h , 349
 wyróżnik, 347
 wzory Cardana, 347
 wzory Viète’a, 349

równość macierzy, 266

różnica
 ciągów, 323
 symetryczna zbiorów, 91
 zbiorów, 90

różnorodność, 41

rzutowanie, 22, 36

S

samopodobieństwo, 470

sąsiedztwo
 Moore’a, 461
 von Neumanna, 461

schemat
 Bernoulliego, 160
 Hornera, 340

secans, 28

silnia, 149

sinh, 31

sinus, 28

sito
 Atkina, 109
 Eratostenesa, 109

skalary, 253

skalowanie, 285
 w miejscu, 297
 wektora, 257

składanie macierzy przekształceń, 301

skośność, 229

słowo kluczowe new, 525

smok
 Heighwaya, 477, 478
 Levy'ego, 493, 494

spirala
 Archimedesesa, 105, 369
 Fibonacciego, 138
 Ulama, 104

spójniki
 dwuargumentowe, 49
 jednoargumentowe, 47

sprawdzanie
 parzystości, 70
 wartości bitu, 72

sprzężenie liczb zespolonych, 359

stała
 Boltzmana, 556
 Math.E, 21
 Math.PI, 21

stan, 455
 komórki, 456
 odżywienia, 516
 wyjściowy, 554

stany natury, 450

static, 528

statystyka, 213
 Maxwella–Boltzmana, 554

stopień
 jednomianu, 330
 macierzy, 266
 wielomianu, 333, 341

strategia, 427
 czysta, 432
 dominująca, 434
 mieszana, 432

struktura, 222

suma, 222
 ciągów, 323
 zbiorów, 90

supersmok, 479

symbol Newtona, 132, 150

symbole języka żółwia, 489

szereg
 Newtona, 155
 rozdzielczy
 jednostopniowy, 213
 wielostopniowy, 214, 215

szybkość odchudzania, 521

Ś

średnia arytmetyczna, 223

środek ciężkości
 figury, 301
 trójkąta, 296

T

tablice, 527
 liczb Stirlinga I rodzaju, 177
 liczb Stirlinga II rodzaju, 175

tangens, 28

tanh, 32

teoria
 gier, 427
 informacji, 41

test
 Lucasa–Lehmera, 116
 Millera–Rabina, 114

testy pierwszości, 114

transformacja stochastyczna, 43

transient, 528

translacja, 284

transpozycja, 254
 liczb zespolonych, 366
 macierzy, 275
 macierzy dopełnień, 278

trójkąt
 Pascala, 156
 Sierpińskiego, 458, 480, 491

trójmian, 332

tryb życia, 518

twierdzenia
 o ciągach zbieżnych, 323
 o granicach, 326
 o granicach ciągów, 323

twierdzenie
 Bézouta, 342
 Gaussa, 106
 Pitagorasa, 30

typ otyłości, 516

typy
 obiektowe, 524
 prymitywne, 523
 otoczkowe, 535
 wyliczeniowe, 527
 zmiennych, 525

U

układ Lorenza, 501

ułamek
 nieokresowy, 39
 okresowy, 39

V

verum, 47

volatile, 529

W

- wariacje
 - bez powtórzeń, 169
 - z powtórzeniami, 170
- wariancja, 226
 - w populacji, 226
 - w próbie, 227
- wartość
 - energetyczna pokarmów, 520
 - liczbowa wyrażenia, 329
- wektor, 253
 - kolumnowy, 265
 - swobodny, 242
 - wierszowy, 265
- wektory, 253
 - 2d, 253
 - 3d, 261
 - długość, 255
 - dodawanie, 256
 - iloczyn skalarny, 258
 - iloczyn wektorowy, 260
 - kąt wektora, 256
 - kąt między wektorami, 260
 - normalizacja, 258
 - normalna, 259
 - n-wymiarowe, 261
 - odejmowanie, 257
 - skalowanie, 257
 - transpozycja, 254
 - wierszowe i kolumnowe, 253
 - własne macierzy, 366
- WHR, 516
- wielomian, 311, 333
 - Bernsteina, 381, 382, 383, 384
 - obliczanie, 386
 - pochodne, 387
 - właściwości, 386
- wielomiany
 - dodawanie, 335
 - dzielenie przez dwumian, 338
 - dzielenie przez wielomian, 337
 - liczba pierwiastków, 341
 - mnożenie przez liczbę, 336
 - mnożenie przez wielomian, 336
 - obliczanie wartości, 340
 - odejmowanie, 336
 - pierwiastki, 341
 - pochodna, 341
 - porządkowanie, 335
 - postać ogólna, 333
 - reszta z dzielenia, 340
 - rozkładanie na czynniki, 343
 - stopień, 333, 341
 - wyraz wolny, 333
- własności
 - funkcji ciągłych, 328
 - krzywych Béziera, 403
- włączanie bitów, 71
- wskaźnik
 - BMI, 515
 - Euklidesa, 240
 - Jaccarda, 237
 - Margalefa, 233
 - natężenia, 223
 - Pielou, 236
 - Shannona–Wienera, 235
 - Simpsona, 234
 - Sorensona, 238
 - struktury, 222
- współczynnik
 - asymetrii 1, 231
 - asymetrii 2, 231
 - asymetrii Pearsona, 231
 - kierunkowy prostej, 244
 - liczbowy wielomianu, 329
 - zmienności, 228
 - zmienności w próbie, 228
- współrzędne
 - biegunowe, 254
 - kartezjańskie, 254
- wycinanie bitów, 72
- wykładnik Lapunowa, 511
- wykras
 - kołowy, 218
 - liniowy, 218
- wykresy
 - danych, 216
 - funkcji, 313
 - krzywych, 367
 - krzywych Béziera, 398
 - liczby zespolonej, 357
- wyłączanie bitów, 71
- wymiar
 - fraktalny, 472
 - Minkowskiego, 472–475
 - kwadrat, 473
 - mierzenie kształtów, 497
 - odcinek, 472
 - równania regresji, 499
 - zastosowania, 497
- podobieństwa
 - brył, 471
 - figur płaskich, 471
 - obiektów n-wymiarowych, 472
- topologiczny, 470

wypłata, 428
wyrażenie algebraiczne, 329
wyróżnik równania
 kwadratowego, 344
 sześciennego, 347
wyznaczanie punktów na prostej, 252
wyznacznik macierzy, 270
 interpretacja Geometryczna, 271
 właściwości, 274
wzory
 Cardana, 347
 skróconego mnożenia, 333
 Viète'a, 344, 349, 353
wzór
 Bernoulliego, 161, 163
 uogólniony, 208
 Bineta, 128
 Fermata, 111
 Pascala, 208
 Poissona, 209

X

XOR, 53


Z

zakresy typów liczbowych, 523
zamiana liczb na bity, 541
zaokrąglanie liczb, 33

zastosowania wymiaru Minkowskiego, 497
zawieranie się zbiorów, 91
zbiory, 89, 307
 dopełnienie, 90
 iloczyn, 90
 liczb, 310
 różnica, 90
 różnica symetryczna, 91
 suma, 90
 zawieranie się, 91
zbiór Cantora, 473, 491
zegar binarny, 75
złota spirala, 121
złoty
 podział odcinka, 120
 prostokąt, 121
 trójkąt, 121
zmiennie, 524
 instancyjne, 526
 lokalne, 525
 obiektywne, 524, 525
 prymitywne, 525
 przekazywane
 przez referencję, 526
 przez wartość, 526
 statyczne, 526
 wartości domyślne, 526

PROGRAM PARTNERSKI

— GRUPY HELION —

- 
1. ZAREJESTRUJ SIĘ
 2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
 3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW w działający bankomat!

Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA
Helion

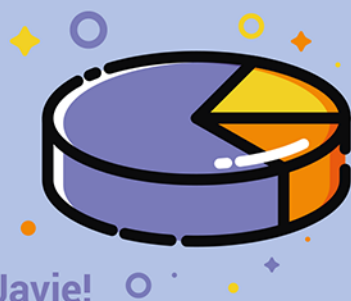
Matematyka w Javie? Nic trudnego!

- Przypomnij sobie reguły i działania matematyczne
- Poznaj w praktyce funkcje matematyczne języka Java
- Zamieniaj wzory i problemy matematyczne na algorytmy
- Naucz się wizualizować wyniki swoich obliczeń

Matematyka nie jest ulubioną dziedziną wiedzy większości ludzi, a społeczność informatyczna nie stanowi tu wyjątku. Funkcje matematyczne, obliczenia statystyczne, działania na macierzach – każda z tych czynności może wywołać popłoch nawet wśród najbardziej doświadczonych programistów, z wieloletnim stażem w zawodzie. Jest tak, mimo że zarówno zasada działania komputerów, jak i języki programowania opierają się właśnie na królowej nauk.

Na szczęście na rynku jest ta książka! Szybko wprowadzi Cię ona w świat obliczeń matematycznych wykonywanych za pomocą komputera. Na praktycznych przykładach, opracowanych w popularnym języku Java, przedstawia sposoby przeprowadzania różnych działań i przekształceń, stosowania algorytmów oraz wizualizowania otrzymanych wyników. Przestań się więc martwić i zostań prawdziwym matematycznym ninją!

- Podstawy matematyki i teorii informacji
- Działania na liczbach binarnych i heksadecymalnych
- Kombinatoryka i prawdopodobieństwo
- Działania na wektorach i macierzach
- Przetwarzanie liczb zespolonych
- Wykresy krzywych
- Chaos, fraktale i paradoksy



Działania matematyczne?

Obliczenia naukowe? Wypróbuj to w Javie!

Helion



helion.pl



HELION SA
ul. Kościuszki 1c
44-100 Gliwice
tel.: 32 230 98 63
helion@helion.pl

Sprawdź nasze szkolenia!



AKADEMIA IT & BUSINESS

HELIONSZKOLENIA.PL

KOD KORZYŚCI
Sięgnij po więcej! ▶



ISBN 978-83-283-5057-1



9 788328 350571

INFORMATYKA W NAJLEPSZYM WYDANIU

Cena: 89,00 zł